

11. Трём мудрецам сказали, что на каждого из них наденут чёрную или белую шляпу (цвет не виден), а потом всех трёх соберут в одной комнате (каждый увидит шляпы двух других мудрецов) и спросят, какие на них шляпы. Каждый мудрец должен написать на бумажке одно из слов «чёрная», «белая» или «не знаю», не показывая бумажку другим. Мудрецы выиграют, если (1) ни один из них не даст неправильного ответа и (2) хотя бы один отгадает цвет своей шляпы. Как им стовориться действовать, чтобы выиграть в 75% случаев (для 6 из 8 возможных вариантов)?

12. Петя хочет выбрать среди чисел  $1, 2, \dots, 2012$  как можно больше, но нельзя, чтобы отношение каких-либо двух выбранных чисел было целой степенью тройки ( $3, 9, 27, \dots$ ). Как это сделать и почему предложенный вариант — наилучший?

13. В квадрате  $10 \times 10$  расположены 99 фигур площади 99 (каждая). Докажите, что существует точка, принадлежащая всем 99 фигурам.

14. Докажите, что в последовательности чисел  $1, 2, 4, 7, 13, 24, \dots$  (каждое следующее число равно сумме трёх предыдущих) есть число, оканчивающееся четырьмя нулями.

15. На большом листе клетчатой бумаги 20 клеток окрашены в чёрный цвет, остальные белые. Каждую секунду происходит перекрашивание клеток, при этом каждая клетка приобретает цвет большинства из трёх клеток: её самой и двух её соседей сверху и справа (скажем, если сейчас клетка белая, а два её соседа чёрные, то на следующем шаге она будет чёрной). Докажите, что через некоторое время все клетки станут белыми.

16. (Продолжение) Докажите, что это случится уже через 20 секунд (после 20 перекрашиваний).

17. По кругу написано четыре целых числа. На каждом шаге между соседними числами пишут их разность (большее минус меньшее), а сами числа стирают. Докажите, что через некоторое время все числа станут чётными.

18. (Продолжение) Докажите, что через некоторое время все числа станут равны нулю.

19. Какое максимальное число ладей можно разместить квадратной доске  $100 \times 100$ , чтобы каждая из них стояла под ударом не более чем одной из остальных?

20. На шахматной доске стоят 11 пешек, причём их расположение симметрично относительно одной из диагоналей доски. Докажите, что одна из пешек стоит на этой диагонали.

## КАРТОЧКА УЧАСТНИКА

заочного конкурса по математике (весна 2012)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(заполняется при проверке)									

ФАМИЛИЯ, ИМЯ _____	
ИНДЕКС _____	АДРЕС _____
школа _____ класс _____ дом. телефон _____	
(заполняется участником, ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ)	

Заполненная карточка участника должна быть отправлена вместе с решениями задач.